

Név:
Neptunkód:

Matematika 1.

2. ZH

1. $f(x) = \ln(3 - 5\cos x)$

$$f'(x) = \frac{1}{3-5\cos x} \cdot 5\sin x = \frac{5\sin x}{3-5\cos x}$$

2. $f(x) = 3x^4 + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \rightarrow x^{-\frac{1}{3}}$

$$f'(x) = 12x^3 - \frac{1}{3} \cdot x^{-\frac{4}{3}} = 12x^3 - \frac{1}{3\sqrt[3]{x^4}}$$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{3x} \cdot \frac{3}{5} = 1 \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$


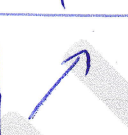
4. Vizsgáljuk meg monotonitását és szélsőérték szempontjából az $x \mapsto x \cdot e^x$ függvényt!

$$f' = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x = e^x(1+x) \quad e^x(1+x) = 0$$

$$\downarrow$$

$$1+x = 0$$

$x = -1 \Rightarrow$ lehet szélsőérték!

| x | $x < -1$ | -1 | $-1 < x$ |
|-------|---|-----|---|
| f' | - | 0 | + |
| f'' |  | min |  |

Szélsőérték: minimum

$$(-1; -\frac{1}{e}) \rightarrow -1 \cdot e^{-1}$$

$]-\infty; -1]$ big. mon. növekszik

$[-1; \infty[$ big. mon. nő

5. $\int x^2(x^3+1)^4 dx = ? \frac{1}{3} \int 3x^2 \cdot (x^3+1)^4 dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{(x^3+1)^5}{5} = \frac{(x^3+1)^5}{15} + C$

$$f' \downarrow 4^n$$

$$f' = 3x^2$$

6. $\int x \cos x dx = ? \quad x \cdot \sin x - \int 1 \cdot \sin x dx = x \cdot \sin x + \cos x + C$

$u = x \quad v = \sin x$

$u' = 1 \quad v' = \cos x$

Parciálisan! $uv - \int v' u$

7. $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^3} = ? \quad \lim_{\omega \rightarrow \infty} \int_1^{\omega} \frac{1}{x^3} dx = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \int_1^{\omega} x^{-3} dx = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left[\frac{x^{-2}}{-2} \right]_1^{\omega} =$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega^2} \right]_1^{\omega} = \lim_{\omega \rightarrow \infty} \left(-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{1^2} \right) \right) = -\frac{1}{2} (0 - 1) = \frac{1}{2}$$