

1. Legyen $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, a reláció: $R \subset A \times B$

Az alábbi relációk közül melyek függvények, és mik a tulajdonságaik? Vizsgáljuk a relációk inverzét is!

a) $R = \{(a, 1), (b, 3)\}$

b) $R = \{(a, 1), (b, 1)\}$

c) $R = \{(a, 1)\}$

d) $R = \{(a, 1), (a, 2), (b, 3)\}$

2. Legyen $A \subseteq \mathbb{R}$, $B \subseteq \mathbb{R}$, ahol \mathbb{R} a valós számok halmaza és $R_S \subseteq A \times B$ reláció, ahol $x \in A$, $y \in B$.

Válasszuk ki az alábbi R_S relációk közül azokat, melyek függvények, majd vizsgáljuk meg a függvények tulajdonságait!

a) $A=B=\mathbb{R}$ $R_S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$

A hozzárendelés nem függvény, mert egy elemhez több elemet is hozzárendel. $(0, 1)$, $(0, -1)$

b) $A = [-1, 1]$ $B = \{\text{nemnegatív valós számok}\}$ $R_S = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 = 1\}$

Ez a hozzárendelés már függvény, de nem surjektív és nem injektív. Nem minden elem képelem, hiszen 1-nél nagyobb hozzárendelés nincs, valamint nem különbözőek a hozzárendelések.

c) $A=\mathbb{R}$ $B = [-1, 1]$ $R_S = \{(x, y) \mid y = \sin(x)\}$

A hozzárendelés függvény, surjektív, de nem injektív.

d) $A = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ $B=\mathbb{R}$ $R_S = \{(x, y) \mid y = \sin(x)\}$

A hozzárendelés függvény és injektív, de nem surjektív.

3. Legyen \mathbb{N} a természetes, \mathbb{R} a valós számok halmaza

$$R \subset \mathbb{N} \times \mathbb{R} \quad R = \{(n, \sqrt{n}) \mid n \in \mathbb{N}\}$$

Függvény-e a reláció, milyen tulajdonságú?

A reláció függvény, de nem surjektív, mert a függvény képe nem az egész értelmezési tartomány. Injektív a függvény, mert különböző elemek képe különböző.

4. Legyen $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{p, q, r\}$ és $R \subset X \times Y$ reláció, ahol $R = \{(1, p), (2, q), (3, q)\}$

Függvény-e az R reláció?

Képezzük a reláció inverzét!

Függvény-e az R^{-1} reláció?

5. Legyen $R_1 \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ és $R_1^{-1} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $R_1 = \{(x, x^2) \mid x \in \mathbb{R}, (\text{ahol } \mathbb{R} \text{ a valós számok halmaza})\}$.

Függvény-e az R_1 reláció?

Képezzük a reláció inverzét!

Függvény-e az R_1^{-1} reláció?

- 6.** *Legyen $R_2 \subset R \times R$ $R_2 = \{(x, x+2) \mid x \text{ valós szám}\}$ reláció.*

Függvény-e az R_2 reláció?

Képezzük a reláció inverzét!

Függvény-e az R_2^{-1} reláció?

- 7.** *Legyen $X = \{0, 1\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ és $R \subset X \times Y$ reláció, ahol $R = \{(0, p), (1, r)\}$*

Függvény-e az R reláció?

Képezzük a reláció inverzét!

Függvény-e az R^{-1} reláció?

- 8.** *Legyen $R \subset D_1 \times D_2 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ $R = \{(x, y) \mid y = x/2\}$ reláció.*

Függvény-e az R reláció?

Képezzük a reláció inverzét!

Függvény-e az R^{-1} reláció?