

1. *Mi lesz a kifejezés értéke, ha $A=i, B=h, C=i$*

$$\neg(A \vee B) \wedge C = \neg(i \vee h) \wedge i = \neg i \wedge i = h \wedge i = h$$

2. *Adja meg az alábbi kifejezés értékét, ha $A=i, B=h, C=h, D=i, E=h, F=h, G=i$.*

$$((A \vee \neg B) \wedge (C \vee \neg D) \rightarrow (E \leftrightarrow F)) \vee G =$$

$$((i \vee i) \wedge (h \vee h) \rightarrow i) \vee i = ((i \wedge h) \rightarrow i) \vee i = (h \rightarrow i) \vee i = i \vee i = i$$

3. *Írjuk fel $(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$ igazságtáblázatát!*

P	Q	$P \rightarrow Q$	$Q \rightarrow P$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$
i	i	i	i	i
i	h	h	i	h
h	i	i	h	h
h	h	i	i	i

Vegyük észre, hogy ez egyenlő a $P \leftrightarrow Q$ -val.

4. *$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$ kifejezésről lássuk be, hogy tautológia!*

P	Q	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P$	$\neg Q$	$\neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \wedge Q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q)$
i	i	i	h	h	h	h	i
i	h	h	i	h	i	i	i
h	i	h	i	i	h	i	i
h	h	h	i	i	i	i	i

5. *$(P \wedge \neg Q) \wedge Q$ kifejezésről lássuk be, hogy ellentmondás!*

P	Q	$\neg Q$	$P \wedge \neg Q$	$(P \wedge \neg Q) \wedge Q$
i	i	h	h	h
i	h	i	i	h
h	i	h	h	h
h	h	i	h	h

6. *$P \rightarrow Q$ ekvivalens $\neg P \vee Q$ -val?*

P	Q	$P \rightarrow Q$	$\neg P$	$\neg P \vee Q$
i	i	i	h	i
i	h	h	h	h

<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>
<i>h</i>	<i>h</i>	<i>i</i>	<i>i</i>	<i>i</i>

A két kifejezés igazságtáblája azonos, tehát ekvivalensek.

7. **Mutassuk meg, hogy érvényes a disztributivitás az alábbi esetben:**

$$P \rightarrow (Q \vee R) = (P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R)$$

$$\begin{aligned} P \rightarrow (Q \vee R) &= \neg P \vee (Q \vee R) = (\neg P \vee Q) \vee (\neg P \vee R) = \\ &= (P \rightarrow Q) \vee (P \rightarrow R) \end{aligned}$$

8. **Igaz-e a következő egyenlőség?**

$$(P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) = (P \vee R) \rightarrow Q$$

$$\begin{aligned} (P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow Q) &= (\neg P \vee Q) \wedge (\neg R \vee Q) = \\ &= (\neg P \wedge \neg R) \vee Q = \neg(P \vee R) \vee Q = (P \vee R) \rightarrow Q \end{aligned}$$

9. **$(P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P)$ -ről lássa be, hogy azonosan igaz kifejezés!**

$$\begin{aligned} (P \rightarrow Q) \vee (Q \rightarrow P) &= (\neg P \vee Q) \vee (\neg Q \vee P) = \\ &= (P \vee \neg P) \vee (Q \vee \neg Q) = i \vee i = i \end{aligned}$$

10. **Mi az értéke az alábbi logikai kifejezésnek, ha $A=5$, $B=2$, és $C=3$?**

$$\neg((A < B) \wedge (C = B)) \vee (C > A) \wedge \neg(A > B)$$

$$\neg((h \wedge h) \vee h) \wedge \neg i = (\neg h \vee h) \wedge h = (i \vee h) \wedge h = i \wedge h = h$$

11. **Mi lesz az alábbi logikai kifejezés értéke, ha $A=h$, $B=i$?**

$$(A \vee B) \leftrightarrow ((\neg A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B))$$

$$(h \vee i) \leftrightarrow ((i \wedge i) \vee (i \wedge h)) = i \leftrightarrow (i \vee h) = i \leftrightarrow i = i$$

12. **Milyen értéket vesznek fel az alábbi ítéletek?**

a.) $(\neg A \vee B) \wedge \neg C$ ha $A=i, B=h, C=i$

b.) $(A \wedge \neg B) \vee (\neg C \wedge A)$ ha $A=i, B=i, C=i$

c.) $\neg(A \wedge \neg B)$ ha $A=h, B=h$

13. **Mutassuk meg, hogy az alábbi logikai kifejezés tautológia!**

$$\neg(\neg(P \vee \neg Q) \vee \neg R) \vee \neg(P \wedge R)$$

$$((P \vee \neg Q) \wedge R) \vee \neg(P \wedge R) = (P \wedge R) \vee (\neg Q \wedge R) \vee \neg(P \wedge R) = i$$

14. *Bizonyítsa be, hogy az alábbi formulák azonosan igazak!*

a.) $[P \wedge (P \rightarrow Q)] \rightarrow Q$

$$\begin{aligned} [P \wedge (\neg P \vee Q)] \rightarrow Q &= [(P \wedge \neg P) \vee (P \wedge Q)] \rightarrow Q = \\ &= [h \vee (P \wedge Q)] \rightarrow Q = (P \wedge Q) \rightarrow Q = \neg(P \wedge Q) \vee Q = \\ &= \neg P \vee \neg Q \vee Q = \neg P \vee i = i \end{aligned}$$

b.) $[(P \rightarrow Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P$

$$\begin{aligned} [(\neg P \vee Q) \wedge \neg Q] \rightarrow \neg P &= [(\neg P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q)] \rightarrow \neg P = \\ &= (\neg P \wedge \neg Q) \rightarrow \neg P = \neg(\neg P \wedge \neg Q) \vee \neg P = (P \vee Q) \vee \neg P = \\ &= Q \vee P \vee \neg P = Q \vee i = i \end{aligned}$$

15. *Döntsük el, hogy az alábbi formulák közül melyek az egymással egyenértékű párok!*

a.) $A \rightarrow \neg B$

d.) $B \rightarrow A$

b.) $\neg A \rightarrow \neg B$

e.) $\neg B \rightarrow \neg A$

c.) $\neg A \rightarrow B$

f.) $\neg B \rightarrow A$

a.) $A \rightarrow \neg B = \neg A \vee \neg B$

b.) $\neg A \rightarrow \neg B = \neg\neg A \vee \neg B = A \vee \neg B$

c.) $\neg A \rightarrow B = \neg\neg A \vee B = A \vee B$

d.) $B \rightarrow A = \neg B \vee A$

e.) $\neg B \rightarrow \neg A = \neg\neg B \vee \neg A = B \vee \neg A$

f.) $\neg B \rightarrow A = \neg\neg B \vee A = B \vee A$

Tehát b-d és c-f kifejezések egyenértékűek.

16. *Bizonyítsa be, hogy $P \leftrightarrow Q = (P \wedge Q) \vee (\neg P \wedge \neg Q)$!*

$$\begin{aligned} P \leftrightarrow Q &= (P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P) = (\neg P \vee Q) \wedge (\neg Q \vee P) = \\ &= ((\neg P \vee Q) \wedge \neg Q) \vee ((\neg P \vee Q) \wedge P) = \\ &= ((\neg P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg Q)) \vee ((\neg P \wedge P) \vee (Q \wedge P)) = \\ &= (\neg P \wedge \neg Q) \vee h \vee h \vee (Q \wedge P) = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (P \wedge Q) \end{aligned}$$

17. *Igaz-e a következő állítás?*

$$(\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) = R ?$$

$$\begin{aligned} (\neg P \wedge (\neg Q \wedge R)) \vee (Q \wedge R) \vee (P \wedge R) &= \\ &= ((\neg P \wedge \neg Q) \wedge R) \vee ((Q \vee P) \wedge R) = \\ &= \neg(P \vee Q) \wedge R \vee ((Q \vee P) \wedge R) = \\ &= (\neg(P \vee Q) \vee (Q \vee P)) \wedge R = i \wedge R = R \end{aligned}$$

18. *Mi az értéke az alábbi kifejezésnek, ha $A=5$, $B=2$, $C=3$*

$$\neg((A < B) \wedge (C = B)) \vee (C > A) \wedge \neg(A > B)$$

19. *Mutassuk meg, hogy az alábbi logikai kifejezés tautológia!*

$$((P \vee Q) \wedge \neg(\neg P \wedge (\neg Q \vee \neg R))) \vee (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge \neg R)$$

20. *Milyen kapcsolat van az alábbi két kifejezés között?*

a.) $P \rightarrow [P \wedge \neg(Q \vee R)]$

b.) $\neg P \vee (\neg Q \wedge \neg R)$

21. *Bizonyítsa be, hogy az alábbi formulák azonosan igazak!*

a.) $\neg A \rightarrow (A \rightarrow B)$

b.) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$

c.) $[(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C)] \rightarrow (A \rightarrow C)$

22. *A P , Q , R mely értékei mellett igaz az alábbi kifejezés?*

$$P \wedge (Q \vee R) \leftrightarrow (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$$